

機構與機器

中華民國機構與機器原理學會會刊第 5 期

Newsletter of the Chinese Society of Mechanism and Machine Theory

行政院新聞局出版登記證局版台誌字第 8318 號

中華民國八十年二月一日

發行人：周廣周
 出版人：中華民國機構與機器原理學會出版委員會
 理事長：蔣君宏
 總編輯：蔣君宏
 編輯：陳明豐 顏鴻森 吳隆庸 劉興華
 發行所：台北市 10764 國立台灣大學機械系 214 室
 台北市郵政信箱 23-10 號
 電話：(02)3630231 轉 2499
 郵政劃撥帳號：14128710
 訂閱：全年新台幣 180 元
 零售：新台幣 15 元
 承印者：吉鴻彩色印刷股份有限公司

機械設計課程 之改革

蔣君宏

兩年前筆者曾在臺大工訊第三期為文討論大學機械設計課程。現在願舊話重提，並引申此義及於專科學校的機械設計課程。大學及專科學校中，凡設有機械系（科）者，必有機械

二次曲面方程式的 三維繪圖原理

張慶堂

1. 導言

在電腦上繪製三維圖形，工程設計者經常會遭遇二次曲面的情況。譬如由數個同心圓柱所構成的軸 (Shaft)，它在不同高度上，突出不同長度的直圓柱。

筆者在設計製圖的領域裡已教學多年，又受波前資訊公司的委託著書，累積了一些經驗，願在此與各方先進交換心得。

由於篇幅的關係，只列出方程式，而不列示圖形的繪製過程和細節。

2. 二次曲面的一般式

二次曲面的一般式在通用坐標系 (World Coordinate System, 簡稱 WCS) 是：

$$F(X, Y, Z) \equiv AX^2 + BY^2 + CZ^2 + 2(DXY + EYZ + KZX + GX + HY + IZ) + J = 0 \quad (1)$$

3-2-1. 橢圓形拋物體 (Elliptic Paraboloid) :

$$\text{令 } A_u \times B_u > 0。$$

3-2-2. 直柱形拋物曲面 (Prismatic Paraboloid) :

$$\text{令 } A_u = 0 \text{ 或 } B_u = 0。$$

3-2-3. 馬鞍形拋物曲面 (Saddle Paraboloid) :

$$\text{令 } A_u \times B_u < 0。$$

4. 坐標的轉移 (Rotation)

由 WCS 轉移到 UCS，所選擇的新軸線如下：

$$X_u \text{ 軸線：} X/L_1 = Y/M_1 = Z/N_1$$

$$Y_u \text{ 軸線：} X/L_2 = Y/M_2 = Z/N_2 \quad (4)$$

$$Z_u \text{ 軸線：} X/L_3 = Y/M_3 = Z/N_3$$

上式中 (L_1, M_1, N_1) 是 X_u 軸線在 (X, Y, Z) 坐標系的方向數 (Direction Numbers)。 (L_2, M_2, N_2) 與 (L_3, M_3, N_3) 則各為 Y_u 與 Z_u 的方向數。但此九個方向數不是可以完全自由選定的，因為

設計這一門課程。機械設計本身並不是一門獨立學問。所以無人以機械設計為題目寫成學位論文。至於有人將某一個專題設計寫成學位論文者，係對該專題作過各方面觀察而作深入的研討，自應另當別論。許多人（包括國外人士）都有一個觀念，認為大學教育應著重於理論知識的灌輸，而大學畢業生應從事理論知識的研究；機械設計乃是一種專業訓練，應該是屬於專科學校之事。在歐洲各國，工業界中的設計工程師大多不是大學畢業生，因而令人產生一種錯覺，認為凡從事機械設計者必是其數理程度較差者，更進而認為凡數理方面優秀的人才都不屑於從事機械設計工作。果真如此，則大學課程中將機械設計列為必修有何必要？而專科學校中的機械設計課程又應如何講授方才切合實際？本文願先就十餘年前在德國與英國講授機械設計的教授們對此問題的看法與作法作一報導，再討論我們今後應採取的方向。

1962年瑞士理工學院的A.Leyer教授在德國Konstruktion雜誌上發表一文，指出當時德國與瑞士各理工大學機械設計課程之不當。他認為在知識爆發的今日，學術研究遙遙領先，卻未能實際應用在設計上。他歸納其原因為二，第一是一般人的觀念問題。資深的設計工程師認為『設計』不是在學校內可以『教』與『學』的。必須像中國舊式的老師傅教學徒一般，令初學者由助手做起，一點一滴積多年實際經驗方能學會。所以大學畢業生視設計工作為畏途。第二個原因是與第一個原因互為因果的。即是說由於上述的一般人的觀念，使學校內不重視機械設計這門課，遂使初出校門的畢業生更不知從何著手做設計，因而更加深了工業界對第一原因積非成是的想法，認為初出校門的畢業生必須從頭接受做設計的訓練。

自從Leyer一文發表後，一時引起許多德國教授們的同感，紛紛投書Konstruktion雜誌，表示支持他的看法。其中有兩點結論值得一提的

(下轉第三版)

經過坐標旋轉可以消除D,E,K；坐標平移可以消除G,H,I。

3. 二次曲面方程式類型 (Types)

經過坐標旋轉與平移以後，可以使用者坐標系 (User's Coordinate System, 簡稱 UCS) 來表示，它有兩種類型。

3-1. 第一類型 (The 1st Type)

$$F_u(X_u, Y_u, Z_u) \equiv A_u X_u^2 + B_u Y_u^2 + C_u Z_u^2 + J_u = 0 \quad (2)$$

式中之 u 是下標，代表UCS。若假設 Z_u 軸線為其中心線，則上式有六種情況。

3-1-1. 球體 (Sphere)

令 $A_u = B_u = C_u$ 且 J_u 與 A_u, B_u, C_u 異號。

3-1-2. 直圓柱 (Cylinder)

令 $A_u = B_u, C_u = 0$ 且 J_u 與 A_u, B_u 異號。

3-1-3. 橢圓體 (Ellipsoid)

令 $A_u, B_u, C_u > 0$ 且 $J_u < 0$ 。

3-1-4. 直圓錐體 (Cone)

令 $A_u \times B_u \times C_u < 0$ 且 $J_u = 0$ 。

3-1-5. 直柱型曲面

令 $C_u = 0$ 且 A_u, B_u 其中之一為0。

3-1-6. 雙曲面 (Hyperboloid)

單形 (One Sheet): 令 $A_u, B_u, J_u > 0$ 且 $C_u < 0$ 。

複形 (Two Sheets): 令 $A_u, B_u > 0$ 且 $C_u, J_u < 0$ 。

3-2. 第二類型 (The 2nd Type)

$$F_u(X_u, Y_u, Z_u) \equiv A_u X_u + B_u Y_u + 2I_u Z_u + J_u = 0 \quad (3)$$

上式有三種情況。

X_u, Y_u, Z_u 三軸線須互相正交故。兩系之間的關係是：

$$\begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1/R_1 & M_1/R_1 & N_1/R_1 \\ L_2/R_2 & M_2/R_2 & N_2/R_2 \\ L_3/R_3 & M_3/R_3 & N_3/R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (5)$$

上式中之

$$R_i = \sqrt{L_i^2 + M_i^2 + N_i^2} \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

因為它是正交系，故其反矩陣等於其轉置矩陣，(5)式可改寫成：

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1/R_1 & L_2/R_2 & L_3/R_3 \\ M_1/R_1 & M_2/R_2 & M_3/R_3 \\ N_1/R_1 & N_2/R_2 & N_3/R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} \quad (7)$$

5. 尋找中心軸線 (Central Axes)

由於二次曲面方程式在三維圖形中皆具有對稱性，此即為中心軸線。美國AutoDesk公司所出品的AutoCAD版本Release 10有一新的指令REVSURF (Revolved Surface)。它可以中心線為軸線，以某一曲線為母線，旋轉而成一立體圖。故若把中心軸線尋找到，就等於把圖形畫出來了。令中心軸線為 Z_u 軸線，可以簡化三維的繪圖工作，如下所述。

$$Z_u \text{ 軸線: } X/L = Y/M = Z/N \quad (8)$$

在 $X = 0$ 平面上可以找到與 Z_u 軸線垂直的 X_u 軸線：

$$X/\cos 90^\circ = Y/(-N) = Z/M \quad (9)$$

則 Y_u 軸線的向量演算如下：

(下轉第二版)

(上接第一版)

$$\begin{aligned} Y_u &= Z_u \times X_u \\ &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ L & M & N \\ 0 & -N & M \end{vmatrix} \\ &= (M^2 + N^2)i - LMj - LNk \end{aligned}$$

即

$$X/(M^2 + N^2) = Y/(-LM) = Z/(-LM) \quad (10)$$

式中之

 $i = X$ 方向單位向量

 $j = Y$ 方向單位向量

 $k = Z$ 方向單位向量

把(8),(9),(10)三式代入(7)式中可得：

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (M^2 + N^2)/RR' & L/R \\ -N/R' & -LM/RR' & M/R \\ M/R' & -LN/RR' & N/R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} \quad (11)$$

式中之

$$R = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2} \quad (12)$$

$$R' = \sqrt{M^2 + N^2} \quad (13)$$

 將(11)式代入(1)式，可得各係數 D_u, E_u, K_u 等，並令各等於0，如下所示：

$$\begin{aligned} D_u &= LMN(B - C) + (M - N)(KM - DM - EL) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E_u &= (M + N)(AL + DM + KN) \\ &\quad - L(BM + CN + 2EMN + DLM + KNL) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} K_u &= L(KM - DN) + E(M - N) - MN(B - C) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式中之

$$P_u = Q' \times P \times Q \quad (23)$$

 若能令 P_u 為對角矩陣 (Diagonal Matrix)，即如下式所示：

$$P_u = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{vmatrix} \quad (23)$$

則上式代入(22)式可得：

$$F(X, Y, Z) = \lambda_1 \times X_u^2 + \lambda_2 \times Y_u^2 + \lambda_3 \times Z_u^2 \quad (24)$$

 若 I 為單位矩陣 (Unit Matrix)，則欲使 P_u 為對角矩陣須令：

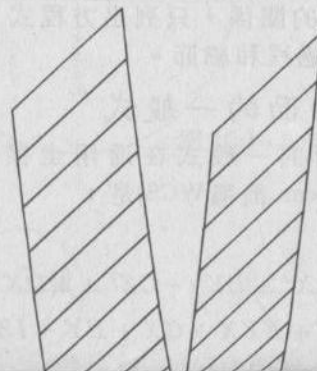
$$|P - \lambda \times I| \quad (25)$$

即解其特徵值 (Eigen Value)，而其特徵向量 (Eigen Vector) 為 UCS 的三個軸線。

7. 例題

7-1. 特殊二次曲面方程式 (Special Equation) (圖1)

$$\begin{aligned} F(X, Y, Z) &\equiv AX^2 + 2(HY + IZ) + J \\ &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$



輕易地繪製出 Bernoulli 方程式的圖形。

7-2. 理想氣體方程式 (Ideal Gas Equation) (圖2(a)(b))

方程式如下所示：

$$X \times Y = Z \quad (30)$$

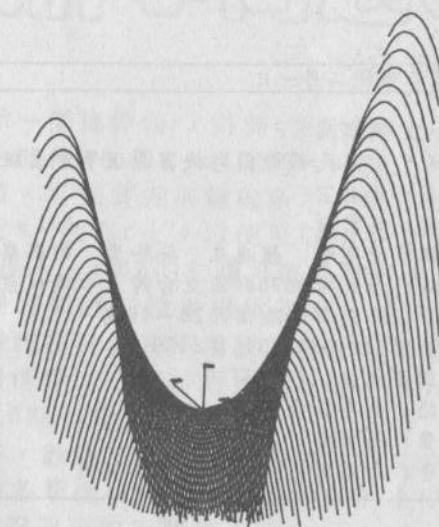


圖2(a)

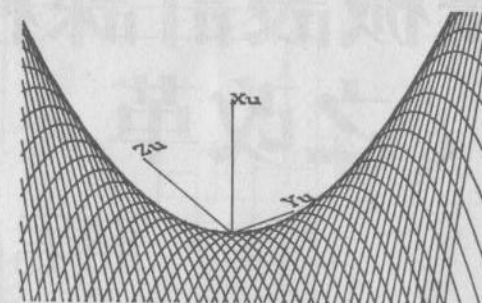


圖2(b) 鞍點附近的放大

(14),(15),(16)是未知數L,M,N三元三次聯立方程式，而A,B,C,D,E,K等為已知數，用來尋找中心軸線的參數。我們可以使用PC級的套裝軟體EUREKA來求其解答。

6. 二次齊次方程式

(Quadratic Homogeneous Equation)

有時中心軸線不容易尋找，可以改用齊次方程式的方法來求解。

經過坐標平移，消去一次項以後，若把常數項暫時不管，則變成都是二次幕的齊次方程式：

$$F(X,Y,Z) \equiv AX^2 + BY^2 + CZ^2 + 2(DXY + EYZ + KZX) = 0 \quad (17)$$

上式之係數用對稱矩陣表示如下：

$$P = \begin{bmatrix} A & D & K \\ D & B & E \\ K & E & C \end{bmatrix} \quad (18)$$

WCS和UCS兩系用矩陣表示，及其間的轉換關係如下所示：

$$S' = |X \ Y \ Z| \quad (19)$$

$$S'_u = |X_u \ Y_u \ Z_u| \quad (20)$$

$$S = Q \times S_u \quad (21)$$

式中之撇號(')代表轉置矩陣，而Q叫做坐標轉換矩陣。將以上諸式代入(17)式可得：

$$\begin{aligned} F(X,Y,Z) &= S' \times P \times S \\ &= (Q \times S_u)' \times P \times (Q \times S_u) \\ &= S'_u \times Q' \times P \times Q \times S_u \\ &= S'_u \times (Q' \times P \times Q) \times S_u \\ &= S'_u \times P_u \times S_u \end{aligned} \quad (22)$$

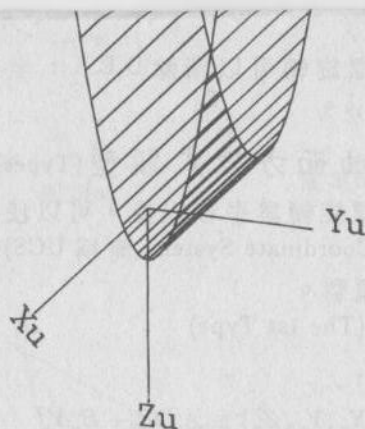


圖1

上式是特殊二次曲面方程式，其典型的範例是Bernoulli方程式。它經過適當的坐標旋轉以後，可以消去某一個一次項，此謂之特殊二次方程式。

若假設

X=速度

Y=壓力

Z=揚程

J=小於0之常數

則可以將它寫成如(26)的形式。用(14),(15),(16)三式的方法，可以得WCS和UCS之間的轉換公式及其新方程式各為：

$$\begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -I/T & H/T \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & I/T & H/T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} F_u(X_u, Y_u, Z_u) &\equiv A \times Y_u^2 + 2 \times T \times Z_u + J \\ &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

式中之

$$T = \sqrt{(H^2 + I^2)} \quad (29)$$

(28)式是直柱型拋物曲面，故我們可以很

式中之

X=絕對壓力

Y=體積

Z=質量×氣體常數×絕對溫度

則

$$F(X,Y,Z) \equiv XY - Z = 0 \quad (31)$$

其中A=B=C=E=F=0，而D=1。將它們代入(14),(15),(16)三式可得：

$$M = \pm L \quad (32)$$

$$N = 0 \quad (33)$$

將其值代入(11)式可得：

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & .707 & .707 \\ 0 & -.707 & .707 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} \quad (34)$$

上式代入(31)式可得馬鞍形拋物面，如下所示：

$$\begin{aligned} F_u(X_u, Y_u, Z_u) &\equiv Y_u^2 - Z_u^2 + 2X_u \\ &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

7-3. 橢圓球面 (Ellipsoid) (圖3)

$$\begin{aligned} F(X,Y,Z) &\equiv 25X^2 + 34Y^2 + 41Z^2 - 24YZ - 25 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (36)$$

由公式(18)得對稱矩陣為：

$$P = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 34 & -12 \\ 0 & -12 & 41 \end{bmatrix} \quad (37)$$

解

$$\begin{vmatrix} 25-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 34-\lambda & -12 \\ 0 & -12 & 41-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (38)$$

(上接第一版)

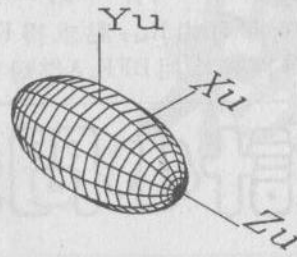


圖 3

得 $\lambda = 25, 25, 50$ 。

故

$$F_u(X_u, Y_u, Z_u) \equiv 25X_u + 25Y_u + 50Z_u - 25 = 0$$

即

$$F_u(X_u, Y_u, Z_u) \equiv X_u + Y_u + 2Z_u - 1 = 0 \quad (39)$$

簡化成橢圓球面，而其新三軸線是其特徵向量，為：

$$\begin{aligned} X_u &= (4j + 3k)/5 \\ Y_u &= i \\ Z_u &= (3j - 4k)/5 \end{aligned} \quad (40)$$

我們可以很輕易地把它圖形繪製出來。

招請 團體 贊助 會員

是：(1) 機械設計是可以在學校內傳授的。

(2) 性向偏重於理論研究的學生照樣可以對設計發生興趣，而且可能成為出色的設計工程師。實際上，在德國的情形並不像 Leyer 所說那麼糟。根據 1961 年工業界統計資料顯示，在全西德從事設計工作之工程師，大學畢業程度以上者佔 11.7%，其它 88.3% 為非大學畢業生。但同年另一統計資料顯示，在全部大學畢業程度以上之工程師有 29.7% 從事設計工作，佔各類工作之首位。其次方為 24% 之從事於企業管理與推銷業務者。其實，在德國的教育制度下，大學及專科學生或多或少做過一項小的專題設計，大致對於設計所需之基本知識，如公差與配合，製圖標準，機械加工，材料等均有相當之認識。至於所謂初出校門的畢業生必須從頭學起做設計之說亦不盡然。因為機械品種廣泛，一位某類機器的資深設計師若改行去設計另一類完全不同性質的機器，必須經過一段相當時間，待進入情況後，方能漸漸得心應手。

在英國，以 Birmingham 大學為例，自 1960 年起，其機械系採用一種新的教學方案以取代舊式講授設計的方法。新的方案是讓學生們自己設計教學設備或研究設備。由於時間銜接的關係，由畢業班做主要的設計，而由下一班學生繪製分圖並在暑假期間在校外工廠實習時自己動手製造這些零件，自己裝配完成。這種以個案方式進行的設計教學，具備若干優點：第一是學生們從繪製分圖以至製造裝配，對該項設計有整個的認識，對零件的製造過程因親身經歷而能體會。第二是這些學生到了畢業班的時候，自己可以做另一個主要設計。有了繪分圖與製造的經驗，應該更懂得如何做設計。如此則當他們畢業後踏入工業界便不是完全的生手。工業界也歡迎這類學生參加他們的設計行列。如果畢業後有人不進入工業界而願

如固體力學，流體力學，振動學，材料科學，熱力學，流體機械，機械元件，機構學等作實際的，活的運用。所以認為對數理不精的人才去做設計的觀念是完全錯誤的。

要成為一個設計工程師，必須要明瞭製造的過程，否則便如盲人引路。試問連自己也不知道如何能製出來的機件如何能教別人製造？要了解製造過程則學生們的工廠實習必不可少。上述英國人的辦法是很有效的。學生照自己畫的圖製造零件，更能發現自己製圖的錯誤。在我們的工廠實習課程中，經常可以看到老師傅代替學生操作的事。這種作法，等於剝奪了學生僅有的實習機會，實在是不足為訓的。

一個國家要求自己的工業獨立，必須培養自己的設計工程師，重視自己的設計人才。若是一味抄襲外國的設計，仰賴他人，則自己的工業永遠無法獨立。我們眼看著化費大量外匯自外國買進貴重的機器與儀器。其所以為貴重，並不在於那一堆銅鐵，而在於其運用人類的智慧，經過『設計』而將銅鐵轉變成有用的機器與儀器。許多人只看見有形的機器與儀器，其實無形的知識，經驗，以及設計時所化費的心血才是可貴的。二次大戰後德國把機器賠給了盟國，德國境內被炸得遍地瘡痍。但是不數年後西德又恢復了工業大國的地位。西德人說：『我們把機器賠給他們，而我們自己造了新機器。所以現在他們有的是舊機器，我們有的是新機器。』許多人把西德戰後復興之速歸功於德國人之愛國與勤儉。其實與我們中國人比起來，德國人既不比中國人愛國又不比中國人勤儉，他們所有的是一套標準制度與一套設計技術。這些是炸彈炸不掉的無形的寶藏。又如世界聞名的 Zeiss 鏡片公司，原來在東德境內。幾位 Zeiss 的技術人員空手逃到西德，照樣在西德另建一個 Zeiss 公司。本文前段所引德國教授

依據本學會組織章程第二章第七條

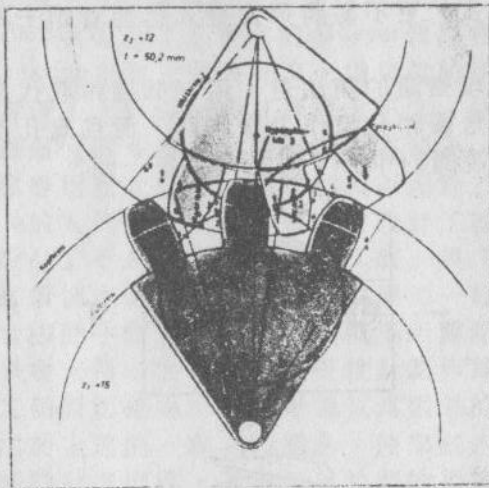
(二) 贊助會員：凡贊同本會宗旨並對本會有實際贊助之個人或團體，由理事長或會員兩人連署，經會員大會通過，得為本會贊助會員。

(五) 團體會員：凡與機構與機器原理有關之團體，經本會普通會員兩人之介紹，及本會理事會通過，得為本會團體會員。

之規定，歡迎各界人士或團體參加本會為贊助或團體會員。意者請直接或經過普通會員與本學會聯絡，索取推薦表格。

專營機構及固體力學專業模型：

- * 透明投影機構模型
- * 實物及縮小機構模型
- * 固體力學測量設備
- * 機構分析設備



透明投影機構模型



開富股份有限公司

台北縣汐止鎮 22123

福德一路 132 巷 14 號

TEL: (02) 642-8015 (代表)

從事研究工作的話，也可以自己著手設計所需要的研究設備。第三是學校本身可以因此而獲得一些研究或教學設備，可說是一舉數得。此外在英國其它工程學院亦有類似的設計課程之興革。他們所實行的新的設計教學方案，同樣證實了前述德國教授們的兩點結論。尤其是第二點，即偏重於純理論研究之性向與偏重於設計之性向並無衝突，反之可以相輔相成。

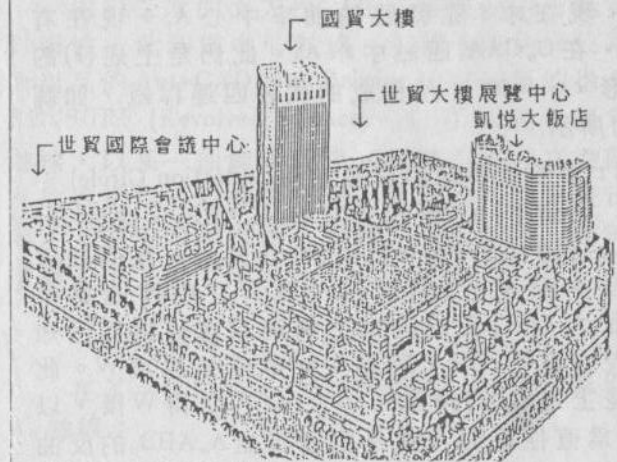
筆者認為，談到機械設計課程，應分兩方面來講。一方面是有關各機械元件的設計理論，或稱之為機械設計原理者。這方面教材，如市面上一般教科書，多是集合許多專題編輯而成，其內容可深可淺。甚至某一個專題可以供人作深入探討，窮畢生精力亦不能竟其功。第二方面就是實際的設計工作。說得粗淺一點，就是『打樣』的工作。本文所討論者，以及前述衆人所討論者也應該是指的這一方面才對。可惜有關這些實際設計的經驗的書籍幾乎是絕無僅有。就這第二方面而言，這像是專業訓練。而此種專業訓練的教材教法對於大學與專科而言，並無兩樣。今日的設計練習應該讓每個學生發揮其創造能力，即所謂的創造設計 (Creative Design)。設計的題目應該是能令學生憑自己的想像力與靈感獲得解答者。『靈感』就不是可以由『教』而學會的，但是，經驗是可以傳授的。所以設計的題目以無現成的解答者為佳。否則讓學生把現成的設計照做一遍或把現成的圖照畫一遍，學生是什麼也學不會的。要學會設計，就必得自己動手做設計。也就是說要把自己腦中所想的機械形狀照尺寸大小畫出來，實際在圖板上去決定尺寸形狀大小。只畫一個簡略草圖是無濟於事的。初學者往往會犯這種毛病，花上幾天時間去畫草圖，結果徒然浪費時間。教師的責任應該是在找出學生不知或不解的錯誤，予以解說，改正。這樣學生方能從錯誤中學習，求得進步。學生們常感覺在學校中所學課目，少實用價值。從事機械設計正是讓學生有機會把看似互不連貫的學科

們十餘年前痛心於他們設計課程之缺點，正是我們今日繼續在犯的錯誤。我們應該及時改革我們的設計課程。筆者目前正在著手此一嘗試，希望能訓練一批能實際從事設計工作的年輕工程師。尤其希望者，是工業界能重視此一問題，不以抄襲外國機器為滿足，而重視我們自己培養的設計人才。這樣將來終必有一天我們自己的工業能夠站立起來。

(轉載自 65 年 7 月中國機械工程學會 296 期會刊)

信義計劃區 重大工程空調系統 均由開立公司施工

提高工程品質，
參與建設回饋社會，
開立願與工程界先進共勉



開立工程股份有限公司
台北市 10661 敦化南路 695 號 17 樓
電話：(02) 706-7259 (總機)

簡介Bobillier構圖法

陳國民

1. Bobillier構圖法

Bobillier構圖法的主要應用是為求一個作平面運動物體上某點動路的曲率中心，或已知某曲率中心求該運動點。

圖1之四連桿組 A_0ABB_0 中， A_0B_0 為固定桿， AB 為耦桿。 AB 作平面運動，其瞬時旋轉中心，或稱極心(Pole)，為 P ，即 A_0A 與 B_0B 之交點。 P 不是 AB 上之點，亦不是 A_0A 或 B_0B 上之點。但當此機構運動時， P 會隨時改變其位置。 P 在固定平面上所畫出的軌跡，稱為固定極心線(Fixed Polode)。此極心線的切線以 PT 表之，即是 P 點改變位置的方向。 R_{AB} 為 AB 線與 A_0B_0 線的交點。 PR_{AB} 是四邊形 A_0ABB_0 的同射軸線(Collineation Axis)。

Bobillier定理為： PB 與 PT 的夾角和 PA 與 PR_{AB} 的夾角大小相等，方向相反，即 $\angle BPT = \angle APR_{AB} = \gamma$ （不在此證明）。運用Bobillier定理，設運動體 AB 上之另一點 E ，其動路曲率中心若為 E_0 ，而 BE 與 B_0E_0 之交點為 R_{EB} 時，亦有 $\angle BPT = \angle EPR_{EB} = \gamma$ 的關係，因此可以知道 $\angle EPR_{EB} = \angle APR_{AB} = \gamma$ ，且方向相同。

2. 應用

依以上所述，此法在應用上可有兩種情形：

- (1) 如果有了 PT ，則在任一組四個點 A_0AEE_0 （或 E_0EBB_0 ）中有三個點已知，就可以求得第四點。
- (2) 如果有了 A_0ABB_0 ，可以由 E 求 E_0 ，亦可

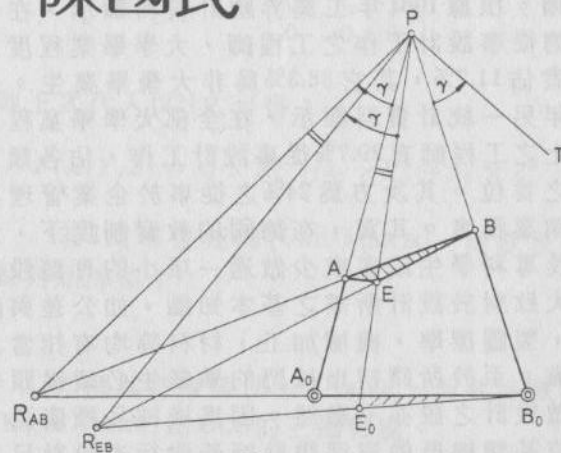


圖1

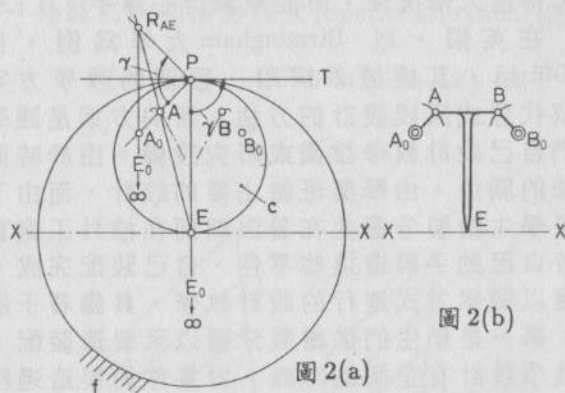


圖2(a)

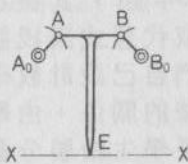
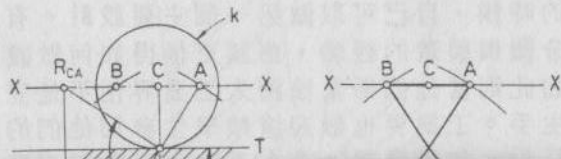


圖2(b)



一點 F_0 對於物體 z 之相對動路之曲率中心 F 。

現在有四連桿組 M_0MQQ_0 和另一點 F_0 。此為上述(2)的情形。可作 $\angle R_{MF}PR_{MQ} = \angle F_0PQ_0$ ，方向相同。即可由 R_{MF} 點求得 F 點。此六桿機構可以瞬時四連桿組 BFF_0A 作短暫代替。

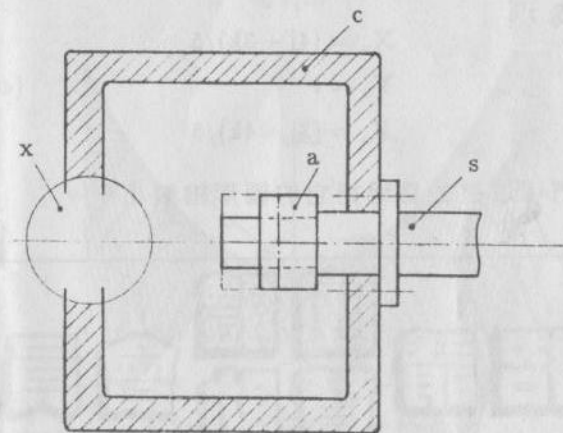
設計小問題3

編輯室

圖示一個旋轉軸 s ，外筒 c 固定於 s 上一起旋轉。另一機件 a 也和 s 一起旋轉。 a 在 s 上可取兩不同位置，各如實線與鏈線所示。現在欲設計一個裝置 x ，裝在 c 上。以便可以用手操作，將 a 拉出或推入， s 與 a 的左端可依需要更改。

歡迎有興趣的讀者提供答案，並請在3月10日以前將設計圖及簡要說明寄來本學會。設計圖務須清晰，必要時增加輔視圖。本刊將視情形於第6期刊登。

此外，歡迎工業界，教育界，及其它各界讀者提供各類機構設計或機器設計的小問題，最好是實際遇到的小問題。

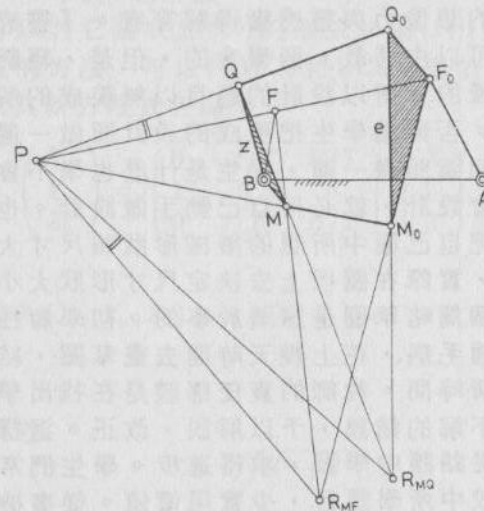
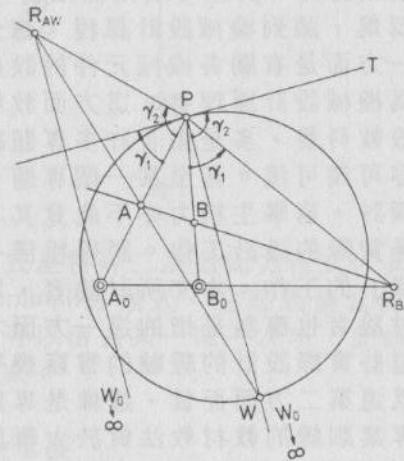
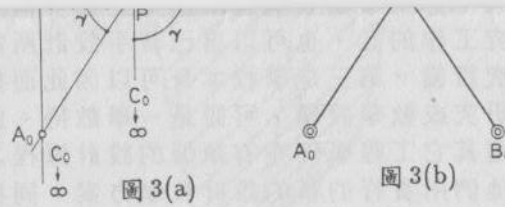
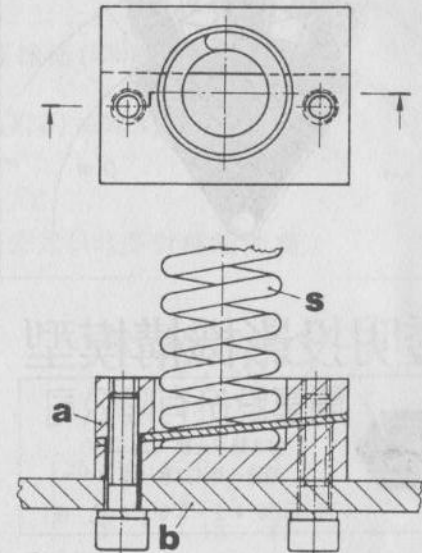


設計小問題1

〔解答〕編輯室

此問題之合理解答，我們認為是如下圖所示。只將a約如彈簧下端傾斜角度作部分鋸開，而後嵌入一金屬片，用兩隻螺釘固定。本題只有一位熱心讀者提供解答，他的辦法是在a之近彈簧下端，在彈簧圈中心直徑處貫穿一孔，而後壓入配合一個圓銷，再將彈簧s旋入。此作法可能遭遇的困難是：設以d表彈簧線直徑， Φ 表圓銷直徑，p表彈簧螺距（即沿彈簧螺旋線旋轉一圈前進之距離），則若欲使銷子貫穿彈簧，必須有 $p/2-d > \Phi$ 。（此式僅為近似的）。如原題附圖所示，p/2較d尚小，銷子將不可能貫穿彈簧。一般壓縮彈簧製成後，兩端呈封閉式，更不易將彈簧旋入已裝有銷子的承孔中。

一項變通的辦法是：用一個圓銷取代金屬片，但是圓銷孔須作少許傾斜，而且此孔不是貫穿彈簧圈的中心，而是略偏在一側。



以由 E_0 求E，此時，可以作 $\angle R_{EB}PR_{AB} = \angle EPA$ （或 $\angle E_0PA_0$ ），而不須求PT。作法簡單迅速。

3. 實例

本節將以實例說明Bobillier構圖法的應用。

例1：直線運動機構1

如圖2(a)，f圓固定，c圓的直徑為f圓直徑之半。在圖示位置，c與f在P點接觸。E為c上一點，現適在f的圓心。當c緊貼f滾動時，E點就沿著直線XX運動。此時在c上的PE線左右對稱的兩點A，B的動路各為一橢圓。

設欲求A點動路的曲率中心 A_0 ，現在有PT，在 E, EAA_0 四點中有三點，欲求 A_0 ，此是上述(1)的情形，只是 γ 為 90° 而已。找到 A_0 以後，可依對稱關係求得 B_0 點。這樣作成一個四連桿組，如圖2(b)。E點的動路就近似一直線。

例2：Tchebicheff直線運動機構

如圖3(a)，k圓在水平直路上滾轉，其圓心C即在一條水平直線XX上運動，此時k圓上C點左右兩對稱點A，B的動路各為短轉輪線(Curtate Trochoid)。

現在求A點動路的曲率中心 A_0 。現在有PT，在 C, CAA_0 四點中求 A_0 。此仍是上述(1)的情形， $\gamma = 90^\circ$ 。所作成的代替四連桿組，如圖3(b)所示。

例3：求四連桿組的反曲點圓 (Inflection Circle)

如圖4，已知四連桿組 A_0ABB_0 。先由Bobillier構圖法求PT，所用的 γ 角為 γ_1 。我們知道在反曲點圓上P點對面一點W之動路曲率中心W。在與PT正交方向之無窮遠處，故為已知。現在在 W, WAA_0 四點中，欲求之點為W。此仍是上述(1)的情形， $\gamma_2 = 90^\circ$ 。求得W後，以PW為直徑畫圓，就是四連桿組 A_0ABB_0 的反曲點圓。

例4：Stephenson - III 機構

如圖5，AB為固定桿，現在欲求物體e上