

機構與機器設計

中華民國機構與機器原理學會會刊第18期

Newsletter of the Chinese Society of Mechanism and Machine Theory

行政院新聞局出版登記證局版台誌字第9132號

中華民國八十一年三月一日

發行人：周廣周
出版人：中華民國機構與機器原理學會出版委員會
理事長：蔣君宏
總編輯：蔣君宏
編輯：陳明豐 張所鉉 蔡忠杓 吳隆庸 黃以文
發行所：107台北市國立台灣大學機械系739室
台北市郵政信箱23-10號
電話：(02)3628320
郵政劃撥帳號：14128710
戶名：中華民國機構與機器原理學會
訂閱：全年新台幣240元
零售：新台幣20元
承印者：吉鴻彩色印刷股份有限公司

設計與加工

1979年3月對台機公司
技術處同仁講課之綱要

余其英

(臺機公司銅品廠廠長)

機械製造(Machinery Manufacturing)就是利用實際及經濟之方法，將適當之材料，製成所需之形狀與尺寸，再裝配而成所設計之機器。

機器設計(Machine Design)，除使機器必須

4. 工具(Tools)之種類及能量。
5. 檢驗設備及能量。
6. 試車設備及能量。
7. 起重設備及能量。
8. 運輸設備及能量。
9. 其他。

二、瞭解製造之程序(步驟)

1. 機械加工之困難。
2. 檢驗之困難。
3. 裝配之困難。
4. 試車之困難。
5. 起重之困難。
6. 運輸之困難。
7. 其他。

三、建立人際關係

隨時與各廠生產管制、品質管制、生產工場等各單位之有關工作人員保持聯繫與協調，以了解工程之進度；解決施工中之困難，俾使產品能夠如質、如期完成。

四、觀摩切磋

產品方面：

1. 本公司產品之比較。
2. 外購產品之比較。

藍圖方面：

1. 本公司設計、繪製藍圖之比較。
2. 外來藍圖之比較。

次，便於查尋。

工作者可以了解全部工程圖樣是否已出齊或有遺漏。

同一零件之剖面圖分繪在幾張藍圖上時，易於查對。

6. 避免現場生產者作數據之計算或定位(Positioning)。
7. 外國圖樣宜將外文譯成中文。
8. 圖樣更改，宜即記入底圖，以免日後重蹈覆轍。
9. 相同(或類似)的零件，宜採用同一尺寸，並儘量使其標準化。
10. 儘量選用市面規格以替代自製。
11. 慎選材料。
12. 慎用加工符號，及公差尺寸。

六、常跑生產工場

發掘問題、解決問題。

了解工程進度。

有助於瞭解生產設備和製造方法，而收觸類旁通之效。

能見到自己設計之機器得以製造完成，有成就感，可激發工作情緒。

七、訂定機器使用(操作)程序(手冊)

八、吸取新知識

1. 參閱“工程畫與圖學”一溫故知新。
2. 閱讀有關圖書、雜誌、報紙(如經濟日報

達到應用上之目的外，更須顧及製造上之經濟。每一單純零件(Part)之設計，選料及製造方法等之確定，均應事先予以詳細而周密之考慮，以獲得最適當之配合。

無論何種機器，其單個零件製造之方法與步驟，多屬雷同。初步成形之方法，有鑄造、鍛造、沖壓、熔接等。繼之則為切削(Metal Cutting)，亦即機械加工(Machining)的步驟。

機械加工所用的工具，即是工具機，亦稱工作母機(Machine Tools)。它的定義(據1978年美國國際工具機展覽會場所分發之冊頁譯述)是：

工具機就是一動力驅動的機器——不能用手攜帶——藉切削、衝擊、壓力、電力技術，或這些方法的組合，以成形金屬。

工具機約有五百多種不同的型式——各種大小尺寸，和千變萬化的性能。基本上，可分為下列三大類：

1. 切削式(Cutting Type)，是將金屬件的不需要部份切削掉，以成形所需的尺度和外形。
2. 型成式(Forming Type)，是將金屬件藉剪切(Shearing)而型成——正如剪刀剪紙一樣——或藉鎚擊(Hammering)、壓擠(Squeezing)，以達到所需的外形。
3. 包括“高級技術”(Advanced Techniques)，是藉控制化學、電學、磁性、液體、聲、光、甚至炸藥等之特性和力量，將金屬成形為所設計的形狀。

茲就設計與機械加工之關係，以實際事例，作梗概之介紹，提供參考，庶幾能收得效益，而達事半功倍之目的。

一、明瞭公司之設備

1. 工具機之種類及能量(Capacity)。
2. 刀具(Cutting Tools)之種類及尺寸。
3. 量具(Measuring Instruments)之種類及能量。

他山之石，可以攻錯，取人之長，補己之短。期使自己設計之產品精益求精。

五、重視藍圖

藍圖是設計者用以表達思想的語言，所有的零件都必須遵照它來製造。它對內是機械加工的命令，對外是代表公司(例如須送訂主認可之圖樣)，故須力求盡善盡美。

茲僅就製造命令方面而言。藍圖除了在設計、繪製上基本的、一般性的應考慮和注意事項外，最重要的就是要讓使用者了解和方便，避免因誤解和困擾，而製造出錯誤的產品，或延誤生產的進度。

針對此一概念，提出下列幾點以供參考：

1. 圖面要清晰
出圖前、後要仔細核對線條、文字、數字是否有漏缺、模糊之處。使用年久之底圖宜重新描繪。
2. 各種說明要詳盡、扼要、易懂
材料規範要註明SAE、AISI、JIS……
特殊材料要列出化學成份、物理性質。
需熱處理之零件須列出方法、溫度、要求之結果。
避免中文、外文混合使用。
有數個剖面之大型零件，若其剖面圖分繪在其他幾張圖樣上時，宜註明。
3. 符號、尺寸之標示要清楚、統一
配合之公差尺寸宜詳細註明，避免僅使用“H7”、“配合”等符號(字樣)。
加工符號要統一，避免 ∇ ∇^{125} ……等混用。
公制、英制尺寸不宜在同一藍圖(或零件)使用。
尺寸數字宜清楚易識別。
4. 註明零件之重量
較大、較重之零件宜註明重量，便於工具機、裝配、起吊和運輸……等之安排。
5. 註明圖樣之頁次及總數
同一工程有一張以上之藍圖時，宜註明頁

、工商時報)。

3. 收集有關資料、型錄，並加以整理。

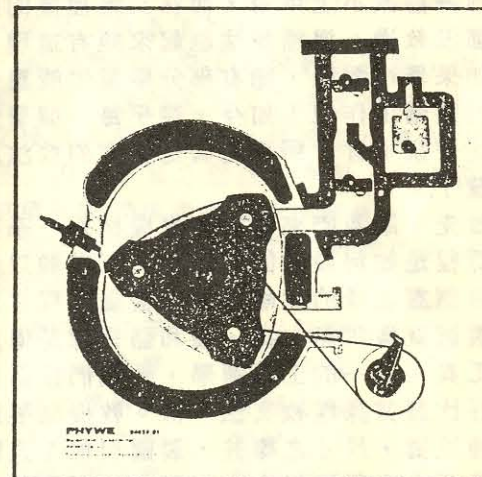
4. 參觀工廠、展覽會。

上舉數點，可謂節節關聯，相輔相成。

設計工程師以其專業知識和智慧，設計出美觀、實用、耐用的產品。但在市場競爭激烈的今天，產品除講求物美外，尤須價廉。如何達到這一點，則有賴於設計者與生產者的密切配合。在材料選用和製造方法(步驟)上，降低成本，以最經濟的方法製造出真正物美價廉的產品。

專營機構及固力學專業模型

- ※透明投影機構模型
- ※實物及縮小機構模型
- ※固體力學測量設備
- ※機構分析設備



透明投影機構模型



開富股份有限公司

105 台北市八德路四段606號12樓
TEL: (02) 7467627 FAX: (02) 7663458

機構構造合成的數_x、數_x、遊戲

黃以文 (中正大學副教授)

拜讀了本刊第3期『機構學的遊戲—構造合成』一文，中山大學的何應勤教授深入淺出的介紹了機構構造合成的方法。誠如該文所述，遊戲的玩法並非一成不變的。每個人都可自創一種玩法，而得到一些不同構造的新設計。對一個新手而言，若因此而獲得幾個新設計，應該是可以相當滿足了。但對於一個專業的玩傢而言，可能不是過了幾關，得了幾分後就算了。必得要小精靈分數表上的數字再也無法增加，或者波斯王子救了公主之後才肯罷休。因此在構造合成時，如何知道你已找到了所有合乎條件的機構而沒有遺漏，將是本文探討的一個主題。本文將介紹一種數數的技巧，可以利用多項式算出全部合乎條件的機構數目，以便印證你所合成出來的機構數目是否正確無誤。

圖1是一個 Watt-II 型六連桿機構，具有六根連桿和七個迴轉對。如果希望將其中二個迴轉對代換為滑行對，請問共可得到多少種不同構造的機構？現在請你拿起紙筆，按照你自己

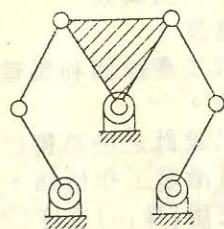


圖1 Watt-II型六連桿機構

的方法去合成。如果你畫出的答案不是12個機構(如圖2所示)，那就表示你尚不是一個熟練

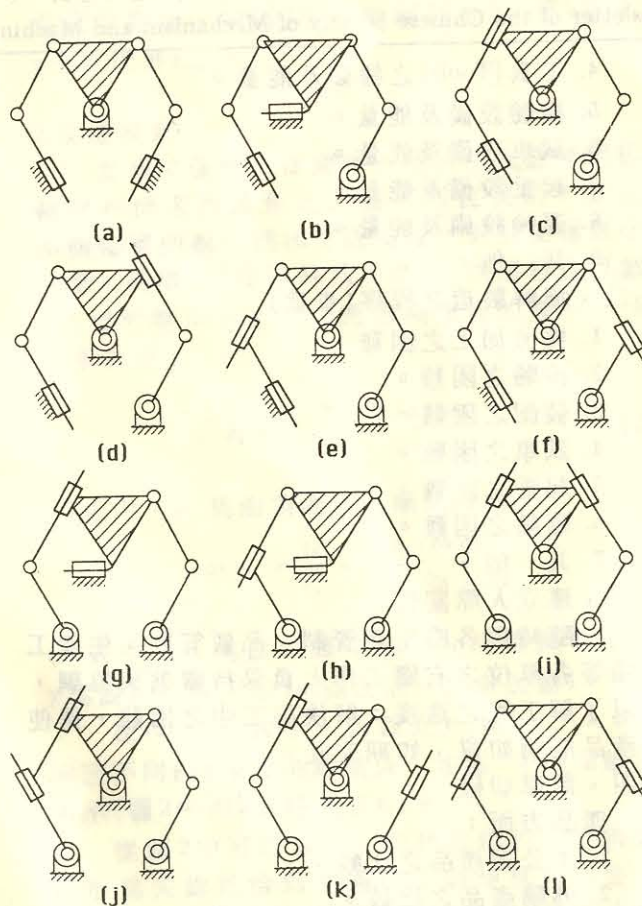


圖2.具兩個滑行對之 Watt-II 型六連桿機構

的玩傢。請不要懷疑“12”這個數字有錯，因為它可以利用以下的步驟算出。

步驟1：將 Watt-II 型六連桿機構的接頭以小寫字母編號，如圖3所示。

步驟2：將接頭的編號重新排列，找出滿足下列規則的所有排列：此規則是『所獲得的機構之接頭編號必須和原來的機構具有相同的接頭編號』(所謂相同的接頭編號是說：或許外觀不同，但將機構翻轉一番之後，其實接頭編號是一樣的，就猶如將一支啞鈴的兩端標示為 a, b 和標示為 b, a 是相同的編號)。以圖3的機構為例，將接頭重新編號後，滿足上述規則

(下轉第三版)

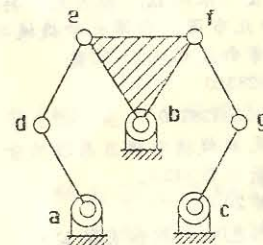


圖3.編號之 Watt-II 型六連桿機構

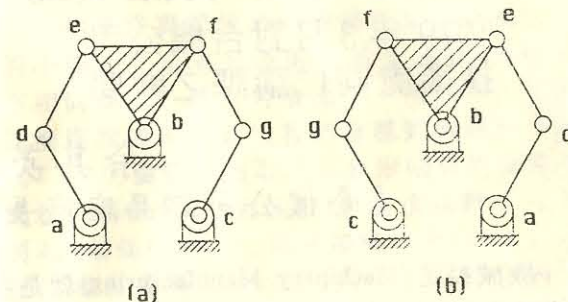


圖4.編號重新排列之 Watt-II 型六連桿機構

大學機械畫教學方法之我見

劉正良（台大副教授）

在大學機械系的標準課程裡，有關繪圖的課程，大致為：大一教工程圖學，分上下兩學期；大二教機械畫，亦分上下兩學期；大三為機械設計製圖，以往亦為上下兩學期，最近有些學校已改為一學期；而在大四開機械設計實習兩學期則為後續選修科目。有了這麼多的繪圖課，大學機械系畢業生的繪圖能力理應不錯才對。可是，風評似乎並非如此，甚至連畢業生自己都承認不會畫圖。有些畢業生更說，學校教的繪圖派不上用場，而在工廠裡畫的圖，學校都沒教過。這種說法聽起來頗有道理。至少，如果學校教過，總有部分畢業生能應付工業界的製圖工作吧！如今，幾乎每一個學生都異口同聲說不會，那可能真是我們的教法出了點問題了。

首先，讓我們來看看大學機械系一系列的製圖課程是如何設計的。這裡，筆者願以台大機械系劉霆教授的比喻來說明製圖課程之規劃：「製圖就像說話一樣，圖和語言都是傳達訊息的工具。大一的工程圖學，教我們投影原理，就好比語言課程教文法一樣。教機械製圖中的各種視圖，尺寸之標註，製圖與加工之關係，就像語文課程教單字、片語、造詞、造句及簡單的習作與看圖說話一般，賦予學者一些基本元素及對全面製圖的基本認識。大三教機械設計製圖，則須對零件予以分析，並組合為具有預設功能之組件或機器。這如同語文中的修辭與作文，其前後語意均應連貫，並按照題意，依起承轉合予以完成。到大四的機械設計實

習製圖，則是自構思，一直到整套藍圖繪製完成。就像寫一篇完整的作文一樣」。語言能力之訓練有一定的程序，繪圖何其不然？那麼，我們的繪圖教學究竟是那一段出了問題？

我們如果再追問一下畢業生，不會畫圖是那裡不會？他們會告訴你：他們不知道那些東西該畫，畫上去的東西，尺寸常常不對，有時辛辛苦苦畫了個零件，結果市面上早就有了，白畫了半天。諸如此類的抱怨都反應出對標準零件認識不足的缺憾，就如同單字及辭彙不夠，如何能說出好的句子甚至作出好的文章呢？看來出問題的一段似乎是機械畫了。也許有人會說，機械零件種類繁多，學校那有辦法通通教到？沒錯，機械零件種類何止萬千，但常用的標準化零件卻不是無限多。翻翻各式手冊，雷同者佔大部分，我們何妨就教這些已標準化了的共同零件呢？當然，在教學法上不應只重投影法及線條的正誤及美觀，因為那是工程圖學的範圍。機械畫應教同學們如何使用手冊，查看零件種類，了解規格的重要，區分標準件、標準材料、標準尺寸，標準畫法等。總而言之，就是要訓練標準的概念及翻閱手冊的習慣。如此，才不會在無知的情況下，自行發明許多工業界早已成熟的標準零件或標準尺寸。

另外還有一類的抱怨，諸如：這個東西怎麼做？表面符號怎麼標？鐵板這樣厚夠不夠？連桿這樣粗行不行？等等問題。這些都是針對一些自製件手足無措的表示。然而，對所謂的標準件，可由各式的手冊中查得其規格及尺寸

；一般而言，均已由專家或生產者仔細設計而完成者。至於自製件，則完全須仰賴設計者或繪圖者憑藉本身的經驗完成該圖。而此種經驗之培養，唯有透過實物才能了解。其方式就是實物繪圖。將較具教學價值之零組件，由學生自行拆卸，觀察其動作方式，感覺其滑動與轉動，表面加工痕跡，表面粗糙度。透過尺寸之度量，重量及剛性之估計，繪製成形狀草圖；再依各項觀察及量測之結果，標註上尺寸、加工符號、公差、材料等。經過此一實物測量之程序，繪圖者必能對所繪之物有深刻之體驗，達到圖與物合而為一的美妙感覺。

至於現在呼聲甚高的電腦輔助繪圖，筆者以為這只是一種繪圖的工具，就像用鉛筆、三角板繪圖或者用繪圖儀繪圖一般。它們都只是工具，並不能改變所繪機械圖之正確性或可用性。但在已經具備繪圖原理及繪製正確機械圖的能力之後，若能再使用電腦軟體，輔助繪製圖形，則更能增加線條之美觀及存改圖檔之靈活性。嘗有學生用電腦繪製零件圖，再以雷射印表機印出，拿到工廠去，卻被師傅指出多處錯誤。該生最後憤而告之曰：「請你們注意，這張圖是用電腦畫的呀！」實在是未明瞭繪圖與電腦之差異也。

走筆至此，對大學機械畫的教學法應已具備相當的輪廓。筆者建議：大二第一學期，應偏重機械標準零件之繪製。授課時，應選一本通用之手冊，向學生逐一解釋各標準件之種類、規格、尺寸，如何選用等等。所繪之圖則應包含由手冊中所查得之各標準件。第二學期，則應拆裝一套小型機器或組件，實測各部尺寸，繪製成圖。若設備許可，應考慮使用繪圖軟體，使學生能利用電腦套裝軟體繪製藍圖。經過這樣一系列的訓練，學生在升入大三時，必能對機械設計製圖得心應手，畢業後進入工業界也可應付自如了。

(上接第二版)

的只有兩種編號，示於圖4。圖4(a)和圖3的接頭編號是完全一樣的排列，因為其編號的對映完全一樣，如下所示：

p_1 : 圖3 → 圖4(a)

a → a
b → b
c → c
d → d
e → e
f → f
g → g

可將此排列以 $p_1 = [a][b][c][d][e][f][g]$ 表示，其中 $[]$ 代表一個循環，表示括號中的元素依序對映。例如 $[ijk]$ 表示 i 對映至 j ， j 對映至 k ， k 對映至 i 。如果循環中只有一個元素，則表示元素本身對映至自己。圖4(b)的編號排列和圖3不同，其對映如下所示：

p_2 : 圖3 → 圖4(b)

a → c
b → b
c → a
d → g
e → f
f → e
g → d

但兩個機構的接頭編號仍然是一樣的(由背面看圖4(b)的接頭編號是與圖3的編號一樣的)。此排列以 $p_2 = [ac][b][ef][dg]$ 表示。因此總共可得到兩個排列如下：

$$G_j = \{p_1, p_2\}$$

其中，

$$p_1 = [a][b][c][d][e][f][g]$$

$$p_2 = [ac][b][ef][dg]$$

$$G_c = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$$

其中，

$$p_1 = [1][2][3][4][5][6][a][b][c][d][e][f][g]$$

$$p_2 = [14][23][56][ae][b][cf][d][g]$$

$$p_3 = [1][26][35][4][ac][b][ef][dg]$$

$$p_4 = [14][25][36][af][b][ce][dg]$$

步驟3：將每個排列以循環結構多項式表示。其方法是將排列中代表連桿的每個循環以 $(F^n + L^n)$ (F 代表固定桿， L 代表連桿) 代入，將代表接頭的每個循環以 $(R^n + P^n)$ (R 代表迴轉對， P 代表滑行之對) 代入後相乘，其中 n 是循環中的元素數目。

步驟4：將所有循環的結構多項式之和除以循環之數目，獲得樣式目錄為：

$$I_p = \{(F+L)^6(R+P)^7 + (F+L)^2(F^2+L^2)^2(R+P)(R^2+P^2)^3 + (F^2+L^2)^3(R+P)^3(R^2+P^2)^3 + (F^2+L^2)^3(R+P)(R^2+P^2)^3\}/4$$

其中 $FL^5P^2R^5$ 項之係數為

$$\left(\frac{1}{5!2!5!}\right)\left(\frac{\partial^{13} I_p}{\partial F \partial^5 L \partial^2 P \partial^5 R}\right) = 33$$

因此總共有33種具有兩個滑行之對之Watt六連桿機構。

最後出個題目給讀者試試：若欲將圖5之Watt六連桿運動鏈特殊化為含彈簧之機構，並且限制固定桿必須是參接頭連桿，而彈簧必須

設計小問題13

[解答]

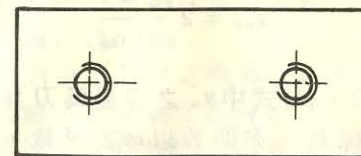
編輯室

此一問題，有光太機械公司的林粒先生提供答案。今摘要覆述如下：

1. 滲碳硬化的深度約為0.5—0.6mm，所以在鑽孔處輕輕磨去硬化表面再畫線、鑽孔、攻牙即可。
2. 如硬化不限定滲碳的話，可選用高週波熱處理，可避免加工處硬化。

我們的看法，題意已指定用滲碳鋼，故只就滲碳熱處理部分解答。大家知道，凡熱處理過後的表面都會被氧化，故實際上此零件各表面都須預留一個裕度(加大一點尺寸)以備熱處理後磨光之需。本題的題意是在有螺孔的一面多預留一點裕度，例如多留1或1.5mm，如圖中鏈線所示。則在滲碳之後，但在硬化之前(請注意)，將此多留的裕度切除掉。此時因為剩下來的表面未被滲碳到，故經硬化熱處理也硬不起來。那時，鑽孔、攻牙就都無問題了。

或許有人認為林粒先生的方法更簡單，那就要看實際的情況再說了。



步驟3：將每個排列以循環結構多項式表示。方法是將排列中的每個循環以 $(R^n + P^n)$ (R 代表迴轉對， P 代表滑行對)代入後相乘，其中 n 是循環中的元素數目。例如 p_1 之循環結構多項式表示為 $(R + P)^7$ ； p_2 之循環結構多項式表示為 $(R + P)(R^2 + P^2)^3$ 。

步驟4：將所有循環的結構多項式之和除以循環之數目，所獲得之多項式即為樣式目錄 (I_p , Pattern inventory)。例如上例之樣式目錄為：

$$I_p = \{(R + P)^7 + (R + P)(R^2 + P^2)^3\} / 2$$

$$= P^7 + 4P^6R + 12P^5R^2 + 19P^4R^3 + 19P^3R^4$$

$$+ 12P^2R^5 + 4PR^6 + R^7$$

其中 P^2R^5 項之係數之12，表示具有兩個滑行對五個迴轉對之Watt-II型機構數目恰好為12個。

以上是一個很簡單的例子，現在將問題的複雜度提高。如果欲得到具有兩個滑行對之Watt六連桿機構(包含I型及II型)，試問總共有多少種不同構造的機構？當然我們可以依照上例去求Watt-I型含兩個滑行對的機構數目，再求Watt-I型和II型機構之總和。但我們也可以直接由Watt六連桿運動鏈中，指定其中一根連桿為固定桿和二個迴轉對為滑行對，直接求得其具有兩個滑行對之機構數目。其步驟如下：

步驟1：將Watt六連桿運動鏈的連桿和接頭分別以數字和小寫的字母編號，如圖5所示。

步驟2：找出所有的連桿和接頭之編號排列，使得所獲得的運動鏈之編號和原來的編號完全一樣。總共可得到四個排列如圖6所示，其排列表示如下：

是雙接頭連桿，試問共有多少種不同構造的機構？(讀者若想進一步了解這個方法，可以參考H. S. Yan and Y. W. Hwang, "The Specialization of Mechanisms," Mechanism and Machine Theory, Vol. 26, 541-551, 1991.)

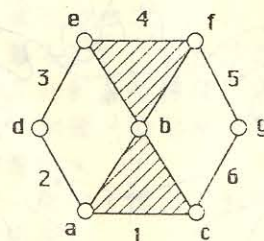


圖5. Watt六連桿運動鏈

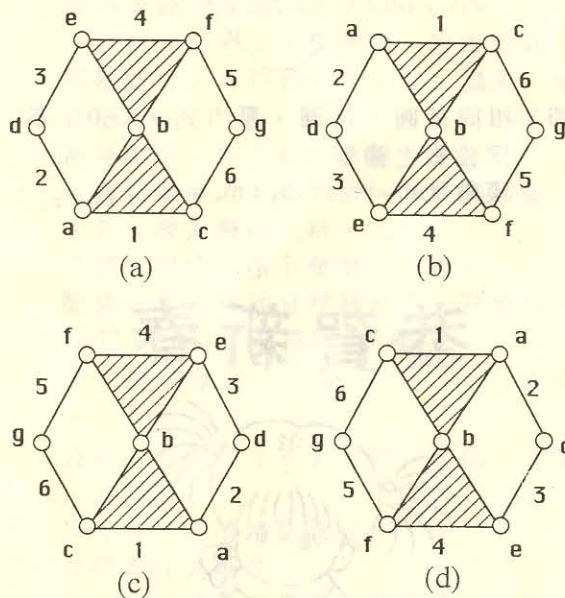


圖6. 編號重新排列之Watt六連桿運動鏈

招 請 會 員

機構與機器設計在機械工程中屬於相當重要的一環，同時也是各種不同類型的工業所不可或缺的一項技術。因為任何構想或理念，若不經過實際的設計，是無法成為具體的產品的。因此機械工業先進的國家對機構與機器原理的研究、發展與應用，都是十分重視的。

國內學術界與工業界對此課題，因著我國工業的蓬勃發展、學術水準的提高，為交換彼此研究心得，並推廣機構與機器原理在國內工業之發展與應用，已經成立了中華民國機構與機器原理學會。

我們歡迎對下列課題有興趣的人士加入我們的行列。

機構運動學	工程製圖
轉子動力學	技術移轉
生物機構學	實驗方法
機器動力學	設計方法
齒輪與傳動	教學方法
電腦輔助設計	
機器防護與可靠度	
氣、液、電機械系統	

我們的通訊地址—107台北市
台北郵箱23-10號
電話—(02) 3628320

1 至 7 齒小齒輪淺介

蔡錫錚

在一般齒輪設計標準中，對於最小齒數都有一定的限制。例如德國工業標準 DIN867 (一般機械用齒輪) 是 7 齒，DIN58400 (精密機械用齒輪) 是 5 齒。因此，在齒輪機構設計中，常因為這種限制，而必須增加多級齒輪傳動的級數，或是使得機構體積、軸矩加大。因此如果能夠有齒數小到 1 齒的小齒輪，那麼在實際設計應用上，也可以變得具有較大的彈性，甚至在某些場合也可以取代效率不高的蝸輪機構。

衆所皆知，齒數限制往往是由於下列三個原因所造成的，所以對這問題的探討就從這三點開始：

1. 過切現象：

例如壓力角為 20° 時，不產生過切現象的齒數限值是 17。但是經由 Maag 演生成齒方法，利用正值的齒廓移位係數來演生成的齒輪，可以將這限值減小。從基準齒條齒廓(刀具)及所演生成齒輪之間的幾何關係，可以很容易推導出此種最小齒數 z_{u0} 及齒廓移位係數 x 間的關係式：

$$z_{u0} = 2 \frac{y_w - x}{\sin^2 \alpha_0} \quad (1)$$

如圖 1 所示，(1) 式中 y_w 之定義為刀具之基準齒條的齒冠係數。亦即若以 m 表模數，則 $y_w m$ 為刀具齒冠(即演生成齒的基準齒根)， α_0 為基準

壓力角。

設定 $\alpha_0 = 20^\circ$ ，則 z_{u0} 與 x 即因不同的 y_w 值成直線關係，如圖 2 中的直線群所示(圖 2 中的 z 此時代表 z_{u0})。

2. 尖齒現象：

當移位係數取正值時，所演生成之漸開線輪廓在尚未到達預定之齒冠圓位置前，齒之兩側輪廓曲線已經相交成尖端。對於此種最小齒數 z_s 的限制(即恰好為尖齒)及齒廓移位係數 x 之間的關係，亦可以透過漸開線的幾何關係推求出來：

$$z_s = \frac{\pi/2 + 2x \tan \alpha_0}{\text{inv} \alpha_a - \text{inv} \alpha_0} \quad (2)$$

(2) 式中， α_a 為齒頂圓處的漸開線角。

$$\cos \alpha_a = \frac{r_b}{r_a} = \frac{z_s \cos \alpha_0}{z_s + 2x + 2y} \quad (3)$$

(3) 式中， r_a 為齒頂圓半徑， r_b 為基圓半徑， y 為齒冠係數，即 y_m 為齒冠，請參照圖 1。

在 (2)(3) 兩式中，仍設定 α_0 為 20° 。 z_s 與 x 即因不同的 y 值成曲線關係，如圖 2 中的曲線群所示(圖 2 中的 z 此時代表 z_s)。

從圖 2 中可以看出，兩組曲線的交點表示齒形為尖齒且恰為不過切。同時也可得知在形成小齒數的可能範圍應在較小的 y 與較小的

y_w 情況之下。

3. 接觸率的大小

對於正常齒輪嚙合，其接觸比必須大於 1。螺旋齒輪對除了在正面上所得到與正齒輪相同的正面接觸比(Transverse Contact Ratio) ϵ_α 之外，尚有因為螺旋線的關係而得到的齒進度接觸比(Overlap Contact Ratio) ϵ_β 。以關係式表示之，即全部接觸比 ϵ_{total} 為

$$\epsilon_{\text{total}} = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta$$

其中

$$\epsilon_\alpha = \frac{\text{接觸路線長}}{\text{接觸線上正面齒節}} \quad (4)$$

$$\epsilon_\beta = \frac{b \sin |\beta|}{\pi m_n} \quad (5)$$

(5) 式中 b 為齒(輪)寬， β 為螺旋角， m_n 為法面模數。

(4) 式為一般直齒正齒輪對的正面接觸比。由 (5) 式可見，對於螺旋齒輪對而言，其接觸比可以透過齒寬 b 及螺旋角 β 的增加予以彌補。

由上述的大略探討，在理論上是可以得到單齒的小齒輪的。

如果從實際設計的觀點來看，得到這單齒的小齒輪亦是有可能的。首先由圖 3 可以看出在相同基圓、壓力角情況下，所得到不同齒數的漸開線齒形。當然我們會感到興趣的是齒數為 1 及 3 的齒形。而取決其齒形輪廓的係數如齒廓移位係數 x ，齒冠係數 y ，齒根係數 y_w 可以由圖 2 之關係得到。而為使接觸率大於 1，自然須採用螺旋齒輪。經由 (5) 式可以求得合適的齒寬。

這種齒輪經由製造所得出的外形如圖 4，5

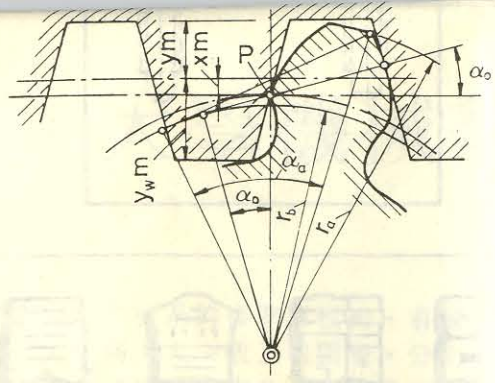


圖 1.

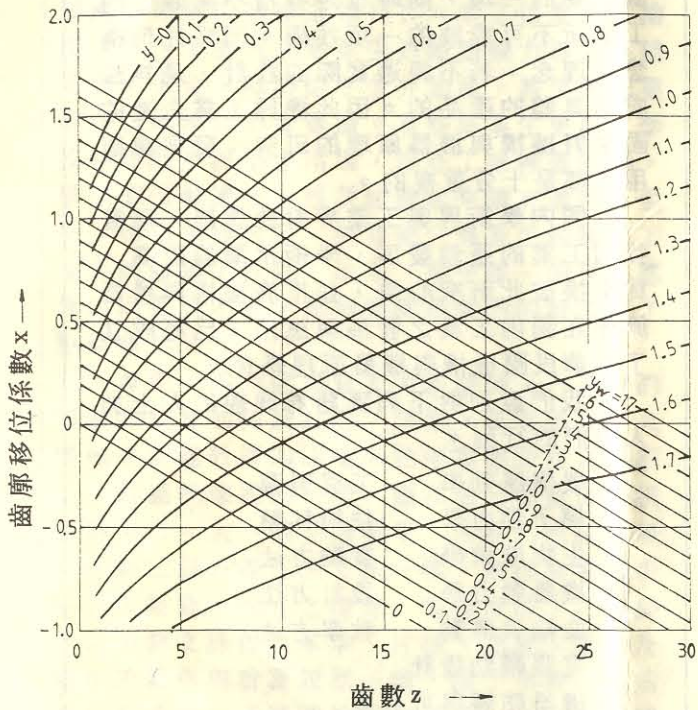


圖 2.尖齒界限(曲線群)及過切界限(直線群)。齒形之壓力角為 20° ， z 為齒數， x 為齒廓移位係數， y 為基準齒廓之齒冠係數(即齒冠 $= y \cdot m$ ； m 是模數)， y_w 為刀具基準齒廓之齒冠係數。

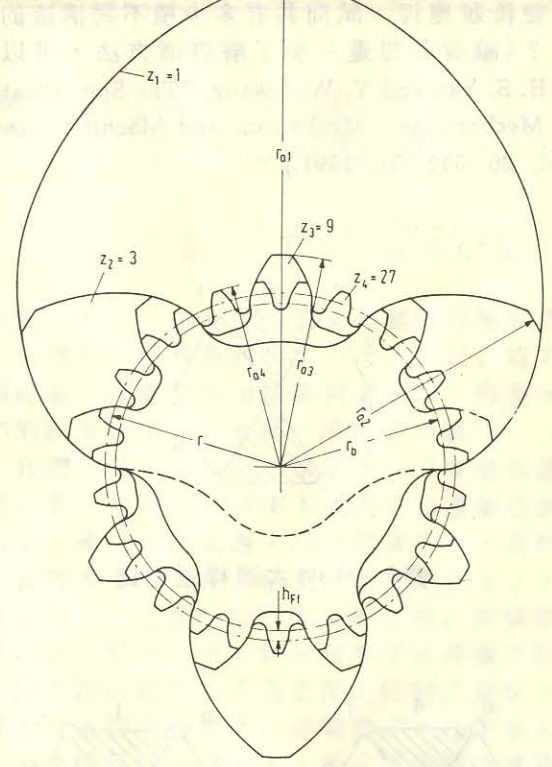


圖 3.相同基圓，節圓，壓力角， $x=0$ ，不同齒數之齒形。
模數比 $m_1 : m_2 : m_3 : m_4 = \frac{1}{z_1} : \frac{1}{z_2} : \frac{1}{z_3} : \frac{1}{z_4}$

恭賀新春



製造出來的外形及正面的齒形。這類齒輪在製造上和一般正齒輪及螺旋齒輪無異，所不同的是使用刀具並非標準所規定的基準齒形。同時為使切削出來的齒形平滑，滾齒刀圓周上的齒數最好多於 15。

這種具有漸開線輪廓，線接觸嚙合，可達 90% 以上效率，維持固定轉速比等特性，而被命名為 Evoloid 的齒形是由德國 Braunschweig 理工大學 Roth 教授自 60 年代中期發展出來的；首先是應用於太空衛星控制系統上。因其在空間限制下必須要有高轉速比，所以是極為合適。隨後也應用於一般功率傳動機械上，甚至也可取代蝸輪機構或做為高速馬達之減速機構。

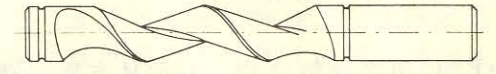


圖 4.單齒螺旋小齒輪，螺旋角為 20°

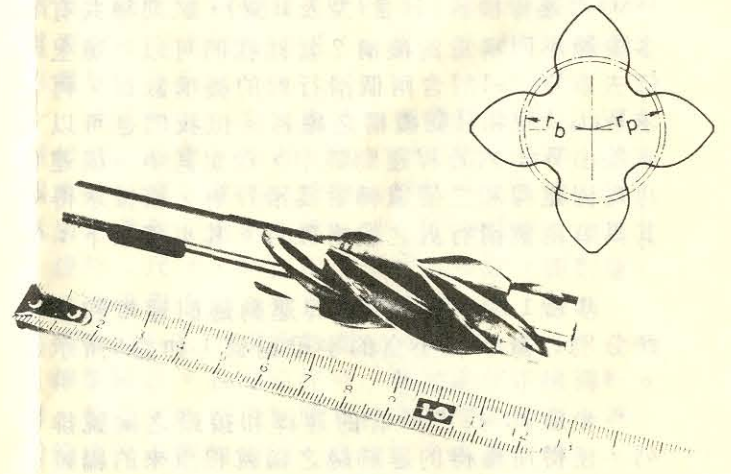


圖 5.四齒螺旋小齒輪及正面之齒廓，模數為 3mm。